

1. TEMA E OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

Introdução aos métodos de contagem e a construção de um dominó.

2. HABILIDADES DA BNCC TRABALHADAS

(EF08MA03) Resolver e elaborar problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo.

3. OBJETOS DE CONHECIMENTO

Princípio multiplicativo da contagem.

4. DURAÇÃO

Três aulas.

5. DESENVOLVIMENTO

AULA 1

Inicie conversando com os alunos como desde o início do estudo formal de Matemática – ou mesmo antes disso – uma das primeiras habilidades que se desenvolve é a de contagem: aprende-se a contar balas, brinquedos, dias, horas, dinheiro etc.

Praticamente tudo pode ser contado e, nesta aula, serão desenvolvidas novas habilidades de contagem. Além da contagem utilizando as quatro operações básicas da Matemática, também será visto como contar coisas que seriam bem difíceis – ou mesmo impossíveis – usando apenas o “método tradicional”.

Por exemplo, é fácil dizer quantas letras há no alfabeto ou quantos são os algarismos de 0 a 9, mas não é tão simples determinar quantas placas diferentes de automóvel podem existir seguindo o padrão de placa brasileiro (três letras seguidas de quatro algarismos), mesmo sabendo exatamente quantas letras e algarismos de 0 a 9 existem.

Comece apresentando alguns problemas mais simples, desenhando as possibilidades na lousa. Ao se jogar uma moeda, só existem duas possibilidades de face virada para cima: cara ou coroa. Ao se jogarem duas moedas em sequência, vão existir mais possibilidades. Pergunte aos alunos quais seriam essas combinações e anote-as na lousa (cara/cara, cara/coroa, coroa/cara e coroa/coroa). Ou seja, quando sai cara na primeira moeda, existem duas possibilidades para a segunda moeda. Quando sai coroa na primeira moeda, novamente existem duas possibilidades para a segunda moeda. Você deve representar essas possibilidades em um diagrama de árvore na lousa.

Após essa introdução, sugerimos desenvolver a seguinte atividade com os alunos, para a qual serão necessários apenas papel e lápis de cor. Proponha aos alunos que “contem” de quantas formas diferentes é possível pintar uma bandeira retangular, composta de duas faixas na horizontal, sendo que se podem usar apenas quatro cores, e as cores das faixas devem ser diferentes – para facilitar a discussão sobre essa atividade, estabeleça quais são essas quatro cores, para que todos utilizem as mesmas.

Como são poucas as possibilidades, mesmo que eles tenham pouco conhecimento sobre combinatória, é esperado que, testando as possibilidades, os alunos encontrem a maior parte das combinações, ou mesmo todas, que são doze. As possibilidades que eles encontrarem devem ser desenhadas na lousa e, se faltar alguma, acrescente-a.

Proponha um novo desafio: O que aconteceria se fosse acrescentada mais uma faixa horizontal na parte de baixo da bandeira? Dê alguns minutos para pensarem e proporem ideias. O objetivo é mostrar como, a partir de cada uma das bandeiras que eles encontraram anteriormente, seria possível encontrar duas novas; dessa forma, existem 24 possibilidades de pintar a bandeira de três faixas com quatro cores.

Com esse mesmo exemplo, mostre-lhes que é possível construir uma árvore de possibilidades. Pensando em qual a cor da primeira faixa, existem quatro cores diferentes para usar. Para a segunda faixa, sobram três cores possibilidades, já que não se pode repetir a cor usada na primeira faixa. Então, para cada uma das quatro possibilidades da primeira faixa existem três bandeiras diferentes ao se pintar a segunda faixa (4×3 é o resultado de bandeiras diferentes encontrados na primeira parte desta atividade).

Para definir a cor da última faixa, sobram duas possibilidades, e cada uma das doze bandeiras anteriores gera duas bandeiras diferentes. Logo, pode-se determinar quantas possibilidades de bandeiras diferentes existem através da operação $4 \times 3 \times 2 = 24$.

Esse procedimento ilustra o **princípio multiplicativo** ou **princípio fundamental da contagem**, que afirma que se uma decisão A pode ser tomada de **m** modos diferentes, e uma decisão B pode ser tomada de **n** modos diferentes, então existem $m \times n$ formas diferentes de se tomar consecutivamente as decisões A e B.

AULA 2

Peça aos alunos que se organizem em grupos de três a quatro integrantes e proponha que discutam quais as melhores estratégias para resolver os problemas descritos a seguir, utilizando folhas avulsas e lápis colorido. Eles devem discutir, resolver e entregar por escrito a resolução.

1. Imagine que realizaremos uma confraternização na semana que vem e, entre outros pratos e bebidas, teremos como prato principal sanduíches. Esse sanduíche pode ser feito com as seguintes possibilidades de pão e recheio: pão francês ou pão de forma; e recheio de frango, carne moída, presunto ou vegetariano.
 - a) Ao escolher apenas um tipo de pão e um recheio, quantas são as possibilidades de lanches diferentes?
 - b) E se tivéssemos agora mais uma opção de pão, o pão integral, quantas seriam as possibilidades de lanches diferentes?
 - c) Recebemos uma verba a mais da APM e poderemos ter mais um ingrediente, podendo escolher entre maionese ou requeijão no lanche. Quantas são as possibilidades agora considerando ainda duas opções de pão e quatro de recheio?

2. Vimos anteriormente como calcular quantas possibilidades existem para colorir uma bandeira listrada com duas ou três faixas e quatro cores. Imaginem agora que temos uma bandeira com três faixas, mas que temos seis cores diferentes para pintá-las.
 - a) Qual o número máximo de bandeiras diferentes que é possível pintar com essas seis cores, sem repetir nenhuma delas?
 - b) Quantas bandeiras diferentes é possível pintar podendo repetir as cores, mas sem que as listras adjacentes tenham a mesma cor?
3. Sabendo que as placas de carro no Brasil são compostas de três letras seguidas de quatro dígitos, quantas placas podem existir no total? (Usem calculadora, se julgarem necessário.)

AULA 3

Discuta com os alunos os exercícios da aula anterior e, caso tenham tido dificuldade em algum exercício, apresente uma resolução.

Em seguida, estude com os alunos algumas variações dos tipos de problemas analisados. Na bandeira de duas faixas, por exemplo, pintar a primeira faixa de azul e a segunda de vermelho gera uma bandeira diferente de pintar a primeira faixa de vermelho e a segunda de azul. Nesse caso, a ordem dos objetos (faixas) é importante.

Volte ao exemplo das moedas: se jogar uma moeda de cada vez e anotar a face de cada uma delas, existem quatro combinações diferentes, como já discutido na primeira aula. Por outro lado, se as duas moedas são idênticas e jogadas ao mesmo tempo, as combinações cara/coroa e coroa/cara não são distinguíveis, logo, no total só haverá três combinações diferentes, as duas saírem cara, as duas saírem coroa ou sair uma cara e uma coroa.

Trabalhe com os alunos outra situação parecida. Se forem jogados dois dados (diferentes entre si) de seis faces, existem seis possibilidades para o primeiro dado e seis para o segundo. Pelo princípio multiplicativo, são 36 combinações diferentes ao se jogarem os dois dados. Por outro lado, se forem jogados dois dados idênticos ao mesmo tempo, a combinação na qual em um deles sai 4 e no outro 5, por exemplo, é única, não importando em qual saiu 4 e em qual saiu 5. Dê alguns minutos para os alunos pensarem como calcular quantas são as possibilidades nesse caso.

Discuta, como no caso em que os dados são diferentes, sobre como cada combinação em que os dados caem com a mesma face virada para cima é única (por exemplo, só existe uma chance de cair 6 e 6). Por outro lado, se as faces são diferentes, existem sempre duas combinações com dois números diferentes que vão representar só um caso quando os dados forem idênticos (4 e 5 ou 5 e 4, por exemplo). Logo, bastaria dividir as combinações em que as faces são diferentes por dois e adicionar às as combinações em que as faces que caíram para cima são iguais. Usando o princípio multiplicativo, calcule quantas são as possibilidades de faces iguais e quantas têm faces diferentes e mostre aos alunos que, no caso em que os dados são idênticos, existem apenas 21 combinações diferentes.

Aplicação desse mesmo método em dominós

Desenvolva a seguinte tarefa com os alunos: organizados nos mesmos grupos da aula 2, peça que construam um dominó usando lápis, papel e tesoura, no qual as peças são combinações de números que variam de 0 a 6 (representados por bolinhas). Para isso, devem calcular quantas peças tem um dominó. Ao final, dê um tempo para que joguem um pouco.

6. RECURSOS

Lousa, papel, lápis de cor e tesoura.

7. METODOLOGIA

Etapa 1: Aula expositiva.

Etapa 2: Atividade individual orientada pelo professor.

Etapa 3: Aula expositiva, construção de uma árvore de possibilidades na lousa.

Etapa 4: Atividade em grupo.

Etapa 5: Aula expositiva.

Etapa 6: Atividade em grupo.

8. AVALIAÇÃO

É parte da avaliação analisar e corrigir a atividade em grupo entregue na aula 2. Você deve avaliar se os alunos aplicaram o princípio multiplicativo nos exercícios e se adaptaram o método de resolução às mudanças feitas em cada item.

Avaliar se os alunos associaram o método apresentado no cálculo das combinações possíveis com dados idênticos ao problema do cálculo do número de peças no dominó também é muito importante.

Recomendamos que solicite, como tarefa para casa, os exercícios de 1 a 5 da página 130 do livro didático e peça que lhe entreguem.