

1. TEMA E OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

O cálculo da altura de uma pirâmide regular de base quadrada através de semelhança de triângulos e os teoremas de Tales e Pitágoras.

2. HABILIDADE DA BNCC TRABALHADA

(EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.

3. OBJETO DE CONHECIMENTO

Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração.

Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais.

4. DURAÇÃO

Quatro aulas.

5. DESENVOLVIMENTO

AULA 1

Introdução do problema

Retomada do que são pirâmides e o que caracteriza uma pirâmide regular. Leve uma maquete de uma pirâmide regular de base quadrada (pode ser feita de forma bem simples com cartolina ou papelão) e mostre onde estão vértices, base, faces laterais, arestas laterais e da base, altura e apótemas.

Pergunte aos alunos se lembram de objetos do cotidiano ou mesmo construções que se assemelham a pirâmides. Apresente as grandes pirâmides do Egito, mostrando imagens no projetor (disponível em: <<https://www.shutterstock.com/pt/image-photo/pyramid-complex-giza-egypt-built-tomb-1408209299>>, acesso em: 14 out. 2020). Destaque principalmente a maior delas, a pirâmide de Queóps, que tem em sua base um quadrado de 230 metros e altura de quase 140 metros, o equivalente a um prédio de 35 andares. Foi construída cerca de 2500 anos a.C., sendo considerada a maior construção do mundo por 3 800 anos (até o ano de 1300).

Apresente este problema: Como calcular a altura dessas pirâmides? Ou, ainda, como calcular a altura de qualquer pirâmide regular, uma vez que a altura é a distância entre o centro da base e seu topo e não é possível colocar uma régua ligando esses dois pontos?

Atividade

A partir desse problema, peça aos alunos que se organizem em grupos de cinco alunos e estipule um tempo para pensarem em estratégias de como resolvê-lo. Os alunos podem visualizar melhor o problema através da maquete. Cada grupo deve pensar como medir a altura da pirâmide da maquete, definindo um integrante do grupo que pode ir até a pirâmide e fazer medições com régua.

AULAS 2 E 3**Apresentação dos resultados**

Após o tempo que tiveram para resolver o problema, um por vez, os grupos apresentam as estratégias que pensaram e os resultados que conseguiram. A cada grupo que conseguiu encontrar um meio de calcular a altura da pirâmide e apresentar os resultados que encontrou, pergunte à sala se mais algum grupo usou o mesmo método e se encontrou o mesmo resultado. Peça também que entreguem um relatório simples com os métodos que pensaram (mesmo os que deram errado) e os resultados.

Discutindo os resultados e apresentação do conteúdo

É possível que algum grupo pense em usar algum objeto longo (uma régua, por exemplo) para apoiar no topo da pirâmide de modo que esse objeto fique paralelo à superfície que apoia a base da pirâmide e seja possível, assim, medir a distância de uma de suas pontas até a superfície. Isso levaria a uma medida aproximada da altura da pirâmide bastante parecida com a da realidade. É um ótimo método, mas discuta com os alunos por que seria possível aplicar o mesmo procedimento com pirâmides maiores, como as do Egito. Discuta essa e outras possíveis estratégias que não envolvam os teoremas da aula, mas com cuidado para não tomar muito tempo e perder o foco.

É possível que algum grupo tenha pensado em calcular a altura da pirâmide usando o Teorema de Pitágoras. Se sim, retome esse teorema a partir da apresentação do grupo que conseguiu. Caso nenhum grupo tenha conseguido, pergunte aos alunos:

- I. Vocês se lembram do Teorema de Pitágoras?
- II. Conseguem pensar como esse teorema pode ajudar a solucionar o problema da aula?

Pelo Teorema de Pitágoras temos que, em um triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos. Se necessário, relembre o que é um triângulo retângulo e quais são os catetos e a hipotenusa. A partir das respostas dos alunos, mostre que a altura da pirâmide é um dos catetos do triângulo que tem como vértices o topo da pirâmide, o centro da base e qualquer um dos vértices da base quadrada. O outro cateto tem medida igual à metade da diagonal do quadrado da base, que é possível calcular usando também o Teorema de Pitágoras, uma vez que os alunos podem medir com a régua o lado desse quadrado. A hipotenusa desse triângulo retângulo tem comprimento igual à aresta lateral, que também pode ser medida com a régua, logo, é possível determinar a medida do terceiro lado desse triângulo.

Existem outros caminhos de se determinar a altura usando o mesmo teorema, por exemplo, considerando o triângulo formado pelo topo da pirâmide, o centro da base e o ponto médio de uma das arestas da base.

Também é possível (ainda que pouco provável) que algum grupo tenha pensado em calcular a altura por semelhança de triângulos ou Teorema de Tales. Se isso acontecer, retome esse teorema a partir do que os alunos apresentaram. Caso não tenham conseguido sozinhos, apresente as seguintes questões:

- I. Vocês se lembram do Teorema de Tales e os casos de semelhança entre triângulos?
- II. Conseguem pensar como aplicar esses conhecimentos para resolver o problema da aula?

Comente que Tales de Mileto foi um matemático grego que viveu por volta do século VI a.C.; acredita-se que tenha vivido boa parte da sua vida no Egito, onde se deparou exatamente com esse problema: calcular a altura de uma pirâmide. A ele é creditado o teorema que afirma que um feixe de retas paralelas, ao ser intersectado por retas transversais, determina segmentos de retas proporcionais.

A partir das respostas dos alunos, mostre como qualquer fonte de luz faria com que a pirâmide tivesse uma sombra. No caso das pirâmides do Egito, essa fonte seria o Sol; na sala de aula, apague a luz e acenda uma lanterna a uma distância e altura de mais ou menos 1 metro da pirâmide. Se colocarmos outro objeto (do qual seja possível medir a altura com a régua, um apontador, por exemplo) à frente de onde acaba a sombra da pirâmide, existe uma proporção entre a altura desse objeto e sua sombra e a altura da pirâmide e sua sombra.

Mostre que o triângulo formado pelo topo do objeto, sua base e a ponta de sua sombra é semelhante ao triângulo formado pelo topo da pirâmide, sua base e a ponta da sua sombra. O critério de semelhança é o ângulo-ângulo, uma vez que os dois triângulos são retângulos e o ângulo de incidência da luz é o mesmo nos dois objetos. Logo, medindo a altura do objeto, sua sombra e a sombra da pirâmide, é possível determinar a altura da pirâmide.

Discuta como, por meio desse conhecimento, é possível calcular a altura de objetos muito grandes, como a Pirâmide de Queóps, sem ter acesso ao topo desses objetos (como seria necessário, no caso anterior, usando o Teorema de Pitágoras).

AULA 4

PROPOSTA DE ATIVIDADE

A partir dos conhecimentos estudados, proponha aos alunos que, organizados nos mesmos grupos da primeira aula, escolham um objeto da escola para calcular a altura (como uma caixa-d'água, o telhado da quadra etc.) utilizando semelhança de triângulos (será necessário que tenham um material de medição, como trena).

Como conclusão, devem entregar um relatório especificando as medidas que precisaram tirar, detalhando passo a passo as contas que realizaram e enunciando qual teorema ou conhecimento anterior usaram. Também peça aos alunos que, individualmente, estimem, utilizando o teorema de Pitágoras, a aresta lateral e a apótema da pirâmide de Queóps. Peça que entreguem um relatório sobre essa atividade.

6. RECURSOS

Projektor, lousa, pirâmide de cartolina, régua e trena.

7. METODOLOGIA

Etapa 1: Aula expositiva: introdução ao problema.

Etapa 2: Atividade em grupo, pensar meios de resolver o problema e produção de relatório.

Etapa 3: Apresentação dos resultados.

Etapa 4: Discussão dos resultados e desenvolvimento do conteúdo com aula expositiva, apresentação do conteúdo e demonstrações na lousa.

Etapa 4: Atividade em grupo e produção de relatório.

Etapa 5: Atividade individual.

8. AVALIAÇÃO

Os relatórios produzidos e a atividade individual são parte do processo avaliativo deste plano de aula. Comparando os relatórios, deve ser possível avaliar o avanço dos alunos e o quanto compreenderam do conteúdo apresentado nas aulas. A correção e a discussão das duas últimas atividades também podem ser utilizadas como método avaliativo.